Împărţirea polinoamelor

1.Teorema împărţirii cu rest

Fiind date două polinoame oarecare cu coeficienţi complecşi f şi g cu g<>0, atunci există două plinoame cu coeficienţi complecşi q şi r a .î.

$f = gq+r$ unde grad r < grad g (1)

În plus polinoamele q şi r sunt unice satisfăcând proprietatea (1)

f = deîmpărţit
g = împărţitor
q = cât
r = rest

Demonstraţie:

1.Existenţa

$f = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots\dots\dots + a_1 X + a_0$ C[x]

$g = b_m X^m + b_{m-1} X^{m-1} + \dots\dots\dots + b_1 X + b_0$ C[x]

grad f = n
grad g = m

1.n < m

$q = 0$

$f=0*g+f$

2.n >= m

a_n / b_m
$a_n X^n / b_m X^m$
$q1 = (a_n / b_m) * X^{n-m}$

$f = ((a_n / b_m) * X^{n-m}) * g + f1$ (1)

grad $f1 = n1$ < grad $f = n$

$a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots\dots\dots + a_1 X + a_0 / : b_m X^m$

$f1 = a_{n1} X^{n1} + a_{n1-1} X^{n1-1} + \dots\dots\dots + a_{11} X + a_{01}$

Dacă gr. f1 =n1

i) gr f1 < gr g STOP

ii) dacă gr f1 >= gr g

$f1 = ((a_{n1} / b_m) * X^{n1-m}) * g + f2$ (2)

gr f2=n2 <n1 < n

i) gr n2<m STOP
ii) gr n2>=m

$f2 = ((a_{n2} / b_m) * X^{n2-m}) * g + f3$ (3)

…………………
p paşi
p+1

$fp = ((a_{np} / b_m) * X^{np-m}) * g + fp+1$ (p+1)

gr f p+1<m STOP

$f1= f - ((a_n / b_m) * X^{n-m}) * g$ /

$f2= f1 - ((a_{n1} / b_m) * X^{n1-m}) * g$ /

$f3= f2 - ((a_{n2} / b_m) * X^{n2-m}) * g$ / +

…………………………………. /

$f\,p+1= f\,p - ((a_{np} / b_m) * X^{np-m}) * g$ /

$f\,p+1 = f - g\,((a_n / b_m) * X^{n-m} + (a_{n1} / b_m) * X^{n1-m} + \ldots\ldots + (a_{np} / b_m) * X^{np-m})$

$f = f_{p+1} + g\,((a_n / b_m) * X^{n-m} + (a_{n1} / b_m) * X^{n1-m} + \ldots\ldots + (a_{np} / b_m) * X^{np-m})$

$q = ((a_n / b_m) * X^{n-m} + (a_{n1} / b_m) * X^{n1-m} + \ldots\ldots + (a_{np} / b_m) * X^{np-m})$

$r = f_{p+1}$

$Gr\ f_{p+1} < m$