Portofoliu la matematică

1. Ecuaţii şi inecuaţi

O ecuaţie este de forma $x+y=z$, unde y şi z sunt numere naturale iar x reprezintă o necunoscută. O ecuaţie mai poate avea şi forma $x-y=z$.

O inegalitate de forma $x+z<z$ sau $x-a<z$ se numeşte inecuaţie. A rezolva o ecuaţie cu o inecuaţie, înseamnă a determina valorile pe care le ia necunoscuta, pentru ca egalitatea sau inegalitatea să fie adevărate. Aceste valori se numesc soluţile euaţiei sau inecuaţiei.

Metodele de rezolvare a ecuaţii şi inecuaţii: 1. Metoda încercării şi a erorii:

Ex.: A. $x+3=10$	B. $x+2<6$
$\cancel{0+3=10}$	$0+2<6$
$\cancel{1+3=10}$	$1+2<6$
$\cancel{2+3=10}$	$2+2<6$
....	....
$7+3=10$	$\cancel{4+2<6}$
$\cancel{8+3=10}$	
$\cancel{9+3=10}$	

2. Metoda operaţii inverse:

Ex.: A. $x+5=15$	B. $x+3<9$
$x=15-5$	$x<9-3$
$x=10$	$x<6$

3.Metoda balanţei:

Ex.: A. $x+9=30$	B. $x+5<10$
$x+9-9=20-9$	$x+5-5<10-5$
$x+0=20-9$	$x+0<10-5$
$x=11$	$x<5$
	$x=0,1,2,3,4$

2. Factor comun

Deci putem generaliza: fie a, b şi c 3 numere naturale, $a*b+a*c=a*(b+c)$, şi spunem ca am scos factor comun în produs cu suma celorlalţi factori.

Ex.: $7*251+7*498=$

$=7*(251+498)=$

$=7*749=$

$=3$

3. Puteri cu exponent

Ridicarea la putere înseamnă înmulţirea repetată a aceluiaşi număr.

Fie a şi n două numere naturale $a^n=a*a*a...*a$=>n factori a

a= bază

n= exponent

1. Reguli de calcul cu puteri:

Pentru a înmulţi 2 puteri cu aceeaşi bază, scriem o singură dată baza şi adunăm exponenţii. Deci putem scrie in general ca oricare ar fi a, m, n...numere naturale $a^m*a^n=a^{m+n}$.

Ex.: 1. $2^3*2^7=2^{3+7=}2^{15}$

2. $5^2*5^{13}=5^{2+13}=5^{15}$

2. Împărţirea:

Pentru a împărţii două numere care au aceeaşi bază, păstrăm baza şi scădem exponenţii. În general $a^m÷a^n=a^{m-n}$.

Ex.: $3^{15}÷3^7=3^{15-7}=3^8$

3. Puterea unei puteri

Pentru a ridica o putere la o alta putere a unui număr natural scriem baza şi înmulţim exponenţii.

Ex.: $(2^5)^7=2^{5*7}=2^{35}$

4. Ultima cifră a unui număr

Orice putere a unui număr care are ultima cifră 0,1,5 sau 6, va avea ultima cifră tot 0,1,5 sau 6.

Orice putere a unui număr natural care are ultima cifră 4 este 6 dacă exponentul este par şi 4 dacă exponentul este impar.

Oricare ar fi **K** un număr natural avem:

2^{4k} are ultima cifră 6

2^{4k+1} are ultima cifră 2

2^{4k+2} are ultima cifră 4

2^{4k+3} are ultima cifră 8

4. **Compararea şi ordonarea puterilor**

Dintre două puteri care au aceeaşi bază, este mai mare puterea care are exponentul mai mare.

Dintre două puteri care au aceeaşi bază, sunt egale dacă exponenţii lor sunt egali.

Dacă avem două puteri care au baze diferite, dar aceeaşi exponenţi este mai mare puterea care are baza mai mare.

Puterile care au baze şi exponenţi diferiţi, se compară astfel: aducem puterile după cum este posibil, ori la aceiaşi exponenţi, ori la aceeaşi bază.

Ex.: $2^{30}<3^{20}$

$2^{20+10}<3^{20}$

$2^{20}*2^{10}<3^{20}$

5. **Divizibilitatea numerelor naturale**

Definiţie: Un număr natural **a** este divizibil cu un număr natural **b** dacă există un număr natural **c** astfel încât **a = b*c**.

Ex.: Fie numerele naturale 8 si 2. Există oare un număr natural astfel încât înmulţindul cu 2 sa obţinem 8? Da. Acest număr este 4. Într-adevăr: 8 = 2*4.

Se mai spune: “a se divide cu b”, “b divide pe a “, “b este divizor al lui a”, “a este multiplu al lui b”.

Dacă a şi b sunt numere naturale, b | a se citeşte “b divide pe a” sau 2 | 6.

Definiţie: Fie a şi b două numere naturale, spunem că b | a dacă există un număr natural c astfel încât a = b c.

Observaţii:

1.Nu orice număr natural par este divizibil cu 4. De ex.:6 nu este divizibil cu 4.

2.Nu orice număr natural de forma 6n – 1, unde n aparţine N*, se divide numai cu 1 si cu el însuşi. De ex.: Dacă n = 6, avem 6*6 – 1 = 35, iar 35 cu 1, cu 35, cu 5 si cu 7.

Proprietăţi ale divizibilităţii numerelor naturale

(1) Orice număr natural este divizibil cu 1 sau 1 | a oricare ar fi a aparţine N.

(2) 0 este divizibil cu orice număr natural sau a | 0, oricare ar fi a aparţine N.
(3) Orice număr natural se divide cu el însuşi sau a | a, oricare ar fi a apar-tine N.
(4) Fie a si b două numere naturale. Dacă a este divizibil cu b si b este divizibil cu a atunci a = b sau dacă a | b si b | a, oricare ar fi a, b aparţine N.
(5) Fie a, b, c trei numere naturale. Dacă b se divide cu a iar c se divide cu b atunci c se divide cu a sau dacă a | b si b | c, atunci a | c, oricare ar fi a, b, c aparţine N. Dacă un număr natural se divide cu nu număr natural, atunci primul se divide cu toţi divizorii celui de-al doilea.
(6) Dacă fiecare termen al unei sume de două numere naturale se divide cu un număr natural, atunci si suma lor se divide cu acel număr natural.
Dacă un număr natural a se divide cu un număr natural m si dacă un număr natural b se divide cu acelaşi număr natural m, atunci si suma lor a + b se divide cu m sau dacă m | a si m | b, atunci m | a + b oricare ar fi a, b, m aparţine N.
(7) Dacă unul din termenii unei sume de două numere naturale se divide cu un număr natural, iar celalalt termen nu se divide cu acel număr natural, atunci suma nu se divide cu acel număr natural.
Fie numerele naturale a si b. Dacă numărul a se divide cu numărul natural m si dacă b nu se divide cu m atunci suma lor a + b nu se divide cu m sau dacă m | a si m \| b, atunci m \| a + b oricare ar fi a, b, m aparţine N.
(8) Fie a, b si m numerele naturale, a >b. Dacă a se divide cu m si b se divide cu m atunci si a – b se divide cu m sau dacă m | a si m | b, atunci m | a – b oricare ar fi a, b, m aparţine N, a > b.
(9) Dacă un număr natural a se divide cu un număr natural m, atunci produsul lui a cu orice număr natural se divide cu m, sau dacă m | a, atunci m | ab, oricare ar fi a, b, m aparţine N.

6. **Mulţimi**

O mulţime este o colecţie de obiecte (numite elementele mulţimii) de natură oarecare, bine determinate şi bine distincte.

A, B, C... notaţii pentru mulţimi
a, b, c... notaţii pentru elementele mulţimilor
$x \in A$ “x aparţine mulţimii A”
$x \notin A$ “x nu aparţine mulţimii A”
pot fi finite (ex. 6,7,8,9,10) sau infinite (1,2,3,4,5,11,12,13,14).
O mulţime se poate reprezenta prin: 1.Enumerare
2. Scrierea unor caracteristici ale mulţimi: B{x | x este cifră pară}
3. Diagrame
Numărul de elemente al unei mulţimi se numeşte cardinalul mulţimii.

Operaţii cu mulţimi:

$A \cap B=\{x \mid x \in A$ şi $x \in B\}$- intersecţia;
$A \cap B= \emptyset$, A şi B disjuncte;
$A \cup B=\{x \mid x \in A$ sau $x \in B\}$- reuniunea;
$A – B=\{x \mid x \in A$ şi $x \notin B\}$- diferenţa;
$AxB=\{(x,y) \mid x \in A$ şi $y \in B\}$- produs cartezian;

Proprietăţi:

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$ – asociativitatea reuniunii;
$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$ – asociativitatea intersecţiei;
$A\Delta(B\Delta C)=(A\Delta B)\Delta C$ – asociativitatea diferenţei simetrice;
$A\cup B=B\cup A$ – comutativitatea reuniunii;
$A\cap B=B\cap A$ – comutativitatea intersecţiei;
$A\Delta A=\emptyset$;
$A\cup\emptyset=A$;
$A\cap\emptyset=\emptyset$;
$A\Delta\emptyset=A$;
$A-(B\cup C)=(A-B)-C$;
$A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$;
$(A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$;
$(A\cap B)-C=A\cap(B-C)=(A-C)\cap B$;
$Ax(B\cup C)=(AxB)\cup(AxC)$;
$Ax(B\cap C)=(AxB)\cap(AxC)$;
$Ax(B-C)=AxB-AxC$.

7. **Fracţii**

Definiţie: O pereche de numere naturale a şi b, cu $b\neq 0$ scrisa sub forma a supra b se numeşte fracţie ordinară.

O parte a unei fracţii se numeşte unitate fracţionară.

Numitorul ne arată în câte părţi egale s-a împărţit întregul.

Fracţia care are numărătorul mai mic decât numitorul, se numeşte *fracţie subunitară*

Fracţia care are numărătorul mai mare decât numitorul, se numeşte *fracţie supraunitară*.

Fracţia care are numărătorul egal cu numitorul se numeşte *fracţie echiunitară*.

8. **Amplificarea şi simplificarea fracţiei**

A amplifica o fracţie înseamnă a înmulţi şi numitorul şi numărătorul cu acelaşi număr.

A simplifica o fracţie înseamnă a împărţi şi numitorul şi numărătorul la acelaşi număr.

Fracţia care nu se mai poate simplifica prin nici un număr (în afară de 0 şi 1), se numeşte fracţie *ireductibilă*.

9. **Aducerea fracţiilor la acelaşi numitor**

Pentru a aduce 2 sau mai multe fracţii la acelaşi numitor comun, trebuie sa aflăm cal mai mic multiplu comun al numitorilor fracţiilor respective.

Pentru a afla cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c) procedăm astfel:

1.Descompunem fiecare numitor al fracţiei în factori primi;
2.Se iau factorii primi comuni şi necomuni, o singură dată la puterea cea mai mare

Factorii primi, sau numerele prime, sunt acele numere care au doar 2 divizori: pe 1 şi numărul însuşi.

Ex.: $D_2\{1,2\}$
$D_3\{1,3\}$

10. **<u>Scoaterea întregilor dintr-o fracţie</u>**

Pentru a introduce întregii într-o fracţie se înmulţeşte numitorul cu întregul şi se adună cu numărătorul, iar numitorii se păstrează.

11. **<u>Scăderea numerelor raţionale</u>**

Pentru a scădea două sau mai multe numere raţionale cu numitori diferiţi, aducem fracţiile la acelaşi numitor, şi apoi efectuăm scăderea.

Pentru a scădea două fracţii cu acelaşi numitor, scădem numărătorii şi numitorii.

12. **<u>Compararea fracţiilor</u>**

Definiţie: Două fracţii sunt egale dacă, au aceeaşi numitori şi numărători.

Dintre două fracţii care au aceeaşi numitori, dar numărători diferiţi, este mai mare fracţia cu numărătorul mai mare.

Dintre două fracţii care au acelaşi numărător, dar numitori diferiţi, este mai mare fracţia cu numitorul mai mic.

Dacă două fracţii au numitori şi numărători diferiţi, pentru a putea compara cele două fracţii, aducem fracţiile la acelaşi numitor.

13. **<u>Scrierea fracţiilor cu numitori puteri ai lui 10 sub forma zecimală. Rotunjirea</u>**

O fracţie cu numitorul putere a lui 10, se numeşte fracţie zecimală finită.

Ex.: 50 supra 10=0,5

Numărul din faţa virgulei reprezintă numărul întregilor. Primul număr după virgulă reprezintă cifra zecimilor, a două cifra sutimilor, iar a treia reprezintă cifra miilor.

Ex.: 7,259
7=cifra întregilor
2=cifra zecimilor
5=cifra sutimilor
9=cifra miilor

Pentru a compara două fracţii zecimale, comparăm mai întâi numărul întreg, dacă acesta este egal, comparăm zecimile, dacă şi acestea sunt egale comparăm mai departe, iar mai mare este numărul care are zecimale mai mari în perechea de zecimale comparate.

Ex.: 1,25<u>8</u>>1,25<u>6</u>
7,<u>3</u>6>7,<u>2</u>5

14. **<u>Aflarea unei fracţii dintr-un număr natural şi dintr-un număr raţional</u>**

Pentru a afla o fracţie dintr-un număr natural, înmulţim numărul natural cu numărătorul şi păstrăm numitorul.

Pentru a afla o fracţie din altă fracţie se înmulţesc numărătorii între ei şi numitorii.

15. **<u>Reprezentarea numerelor zecimale pe axa</u>**

Pentru a reprezenta pe axă numerele zecimale se procedează astfel:

1. Se împarte unitatea de măsura în 10 segmente egale, un segment reprezentând o zecime;
2. Se împarte un segment, adică o zecime în 10 segmente egale, un segment reprezentând o sutime
3. Şi aşa mai departe în funcţie de câte zecimale are numărul natural.

16. **<u>Adunarea şi scăderea numerelor zecimale cu un număr finit de zecimale</u>**

Pentru a aduna două numere zecimale cu un număr finit de zecimale se procedează astfel: se aşează întregii sub întregi, virgula sub virgula, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi ş.a.m.d., iar apoi se efectuează calculul în mod normal.

Pentru a scădea două numere zecimale cu un număr finit de zecimale se procedează astfel: se aşează întregii sub întregi, virgula sub virgula, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi ş.a.m.d., iar apoi se efectuează calculul în mod normal.