

Divizor si multiplu

Numarul natural a este divizibil cu numarul natural b daca exista nr. nat. C astfel incat $a=b*c$

$a \div b \rightarrow a$ este divizibil cu b

$b \mid a \rightarrow b$ divide a

Daca $a \div b$ atunci a se numeste multiplu al lui b , iar b se numeste divizor al lui a .

$D_a =$ multimea divizorilor lui a .

-este o multime finita;

-contine cel putin 2 elemente : 1 si nr insusi. 1 si nr insusi reprezinta divizori improprii; ceilalti divizori se numesc divizori proprii.

$M_a =$ multimea multiplilor lui a .

-este o multime infinita; primul element al multimii M_a este 0.

criterii de divizibilitate

Un nr nat este divizibil cu 2 daca ultima lui cifra este 0,2,4,6,8.

Un nr nat este divizibil cu 3 daca suma cifrelor numarului respectiv reprezinta un nr divizibil cu 3
Un nr nat este divizibil cu 4
(00,02,04,08,16,20,24,28,32,36,40,44,48,52,56,60,64,68,72,76,80,84,88,92,96)

Un nr nat este divizibil cu 5 daca ultima cifra este 0 sau 5.

Un nr nat este divizibil cu 9 daca suma cifrelor nr respectiv este divizibila cu 9.

Un nr nat este divizibil cu 10 daca ultima cifra a acestuia este 0.

Un nr nat este divizibil cu 25 daca ultimele doua cifre ale acestuia sunt: 00,25,50,75.

Un nr nat este divizibil cu 10^n daca ultimele n cifre sunt 0.

Numere prime. Numere compuse

Numerele care au numai 2 divizori improprii se numesc nr prime. Nr care au si divizori proprii se numesc nr compuse.

Nr prime mai mici decat 50 sunt: 2,3,5,7,11,17,19,23,31,37,41,43,47.

Obs 1- nr 1 nu este nici prim nici neprim.

Obs 2- singurul nr par care este nr prim este 2; celelalte nr prime sunt imapre.

Cum verificam daca un nr este prim?

125 este prim?

125 \div 3 \Rightarrow un este nr prim

Proprietatile divizibilitatii nr naturale

- 1) Orice nr nat este divizibil cu 1
- 2) Orice nr nat este divizibil cu el insusi
- 3) "0" este multiplu pt orice nr nat
- 4) Daca $a|b$ si $b|c$ atunci $a|c$ (pt orice nr nat a, b, c)
- 5) Daca $a|b$ si $a|c$ atunci $a|b+c$ si $a|b-c$
- 6) Daca $a|b$ atunci $a|b \cdot n$ (pentru orice n nr nat)
- 7) Daca nr nat a este divizibil cu nr nat b atunci a este divizibil cu toti divizorii lui b

Cel mai mare divizor comun(c.m.m.d.c)

Doua nr carea u c.m.m.d.c "1" se numesc nr prime intre ele.

Daca un nr este divizibil cu doua nr prime intre ele, atunci nr este divizibil si cu produsul lor.

Cel mai mare divizor comun a doua nr nat nenule este cel mai mare nr nat care divide nr date.

Cel mai mare divizor comun al mai multor nr nat este produsul tuturor factorilor primi comuni, luati o singura data cu exponentul cel mai mic. $(18;24)=2*3=6$

Cel mai mic multiplu comun(c.m.m.m.c)

Cel mai mic multiplu comun al nr nat a si b, nenule este cel mai mic nr nat diferit de 0, care este divizibil cu nr date.

Cel mai mic multiplu comun al mai multor nr nat este produsul tuturor factorilor primi comuni si necomuni, luati o singura data, cu exponentul cel mai mare.

$(18;24)=2*2*2*3*3=72$

Numere rationale pozitive-fractiile

3-numarator

10-numitor

! Numitorul unei fractii trebuie sa fie diferit de 0.

- 1) Fractii subunitare \Rightarrow numaratorul $<$ numitorul
- 2) Fractii echiunitare \Rightarrow numaratorul=numitorul
- 3) Fractii supraunitare \Rightarrow numaratorul $>$ numitorul

Amplificarea si simplificarea

O fractie se care un se poate simplifica(cand numaratorul si numitorul sunt prime intre ele) se numeste fractie ireductibila. O fractie care se poate simplifica se numeste fractie reductibila.

Proportii

O egalitate de doua rapoarte se numeste proportie. Ex $2/3=4/6$

Pt proportia $a/b=c/d$, nr a,b,c,d se numesc termenii proportiei.

-a si d se numesc termeni extremi

-b si c se numesc termeni mezi

Proprietatea fundamentala a proportiilor:

-intr-o proportie produsul extremilor=produsul mezilor.

Rapoarte si proportii. Probabilitati

Probabilitatea realizarii evenimentului a = $\frac{\text{Nr cazurilor favorabile}}{\text{Nr cazurilor posibile}}$

Obs -notatie P(a)-P de a

- $0 \leq P(a) \leq 1$ (probabilitatea este o fractie subunitara, a ,1)
- daca nr cazurilor favorabile = 0 => probabilitatea este imposibila=> P(a)=0
- daca nr cazurilor este egal cu numarul cazurilor posibile => P(a)=1=>probabilitate sigura

Media aritmetica.

Media aritmetica a mai multor nr rationale este raportul dintre suma acestor nr si nr lor.

$$\text{Media aritmetica} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n}$$

Media aritmetica ponderata

Ponderea unui nr reprezinta nr de repetari a acestuia.

$$\text{Map} = \frac{a \cdot p_1 + b \cdot p_2}{p_1 + p_2}$$

Numere intregi

a) Multimea numerelor intregi

$$\mathbf{N}=\{0,1,2,3,4,\dots\}$$

$$\mathbf{N}=\{1,2,3,\dots\} \quad \mathbf{N}^-=\{0\}$$

$$\mathbf{Q}_+=\{a/b \mid a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{N}^*\}$$

Adunare:

-Obs: Pentru a aduna doua nr intregi care au acelasi semn, se aduna modulele celor doua nr, iar rezultatul are semnul comun.

Ex:

a) $(+2)+(+7)=+(2+7)=+9$

b) $(+1)+(+2)+(+3)+(+4)=+(1+2+3+4)=+10$

c) $(-6)+(-4)=- (6+4)=-10$

d) $(-1)+(-2)+(-3)+(-4)=- (1+2+3+4)=-10$

-Obs: Pentru a aduna doua numere intregi de semne diferite se scad modulele lor si se da semnul nr al carui modul este mai mare.

Ex:

$$(-7)+(+3)=- (7-3)=-4$$

Obs: Suma a doua nr intregi opuse este egala cu 0.

Scaderea:

Pentru a scadea doua nr intregi adunam la descazut opusul scazatorului.

Ex:

a) $(+10)-(+9)=10-9=1$

b) $(+23)-(+27)=23-27=-4$

c) $(-31)-(-14)=-31+14=-17$

d) $(+10)-(-6)=10+6=16$

Inmultirea:

Obs: Pentru a inmultii doua nr intregi care au acelasi semn punem semnul + si inmultim modulele lor.

a) $(+2)*(+5)=+10$

b) $(-6)*(-5)=+30$

Obs: Pentru a inmulti doua nr intregi carea u semne diferite punem semnul – si inmultim modulele lor.

Ex:

a) $(-2)*(-6)=-12$

Impartirea:

Obs: Catul a doua nr intrgi nenule de acelasi semn, impartitorul fiind un divizor al demartitului, este un nr intreg pozitiv.

$$(+a):(+b)=+C \Rightarrow b \mid a$$

$$(-a):(-b)=+C \Rightarrow b \mid a$$

Catul a doua nr intregi nenule de semne diferite, unde impartitorul este un divizor al demartitului, este un nr intreg negativ.

$$(-a):(+b)=-C \Rightarrow b \mid a$$

$$(+a):(-b)=-C \Rightarrow b \mid a$$

Puteri

$$a = \overset{n}{\underbrace{a * a * a * a * a * \dots * a}}_{\text{de "n" ori a}}$$

$$\begin{array}{l} 0 \\ A=1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ A=a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N \\ 1=1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n \\ a=0 \text{ n diferit de } 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m \ n \ m+n \\ a * a = a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m \ n \ m-n \\ a : a = a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m \\ n \ n * m \\ (a) = a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n \ n \ m \\ (a * b) = a * b \end{array}$$