

# Blaise Pascal



Dintre contemporanii lui Descartes, nici unul nu a arătat un geniu natural mai bine decât Pascal. Reputatia lui in matematică constă mai mult in ceea ce ar fi putut face decât in ceea ce a făcut efectiv, deoarece o lungă perioadă din viața sa a considerat că datoria lui este de a se concentra asupra exercitiilor religioase.

Blaise Pascal s-a născut pe 19 iunie 1623 in Clermont și a murit la Paris in 19 august 1662. Tatăl lui, un judecător din Clermont, având la randul sau un anumit renume in știință, s-a mutat in Paris in 1631, pentru a-si continua propriile studii pe o parte, și pentru a-si educa unicul său fiu care dovedise deja abilități exceptionale. Micul Blaise a fost tinut acasă pentru nu se obosi prea mult și din același motiv educatia lui a fost mai intai restransa la învățarea limbilor străine, neincluzand evident matematica. Acest program a simulat curiozitatea baiatului și, intr-o zi, la doisprezece ani, a intrebat ce este geometria. Invățătorul lui i-a răspuns că este știinta construirii figurilor exacte și a determinării proportiilor dintre diferite parti ale lor. In curand Pascal se apucă de studiat geometria, sacrificandu-si timpul de joacă și in ciuda restrictiilor care ii erau impuse, și in cateva săptămâni descoperă singur multe proprietăți ale figurilor. Cea mai importantă este aceea privitoare la suma unghiurilor unui triunghi care este egală cu două unghiuri drepte, respectiv 180 de grade. Se pare că dovada consta simplu in împăturarea unghiurilor peste figură astfel incat varfurile lor să se intalneasca in centrul cercului inscris in triunghi. O demonstratie similară se poate obtine prin împăturarea unghiurilor astfel incat ele să se intalneasca pe piciorul perpendicularei duse din varful unghiului cel mai mare pe latura opusă. Impresionat de această demonstratie inteligentă, tatăl său i-a dat o copie a cărții *Elementele* de Euclid, pe care Pascal o citește cu interes până când o învață.

La varsta de paisprezece ani este admis la intalnirile săptămânale tinute de Roberval, Mersenne, Mydorge și de alti matematicieni francezi. In final din aceste sedinte se naste Academia Franceză. La varsta de saispzece ani Pascal scrie un eseu despre conice, iar la optsprezece ani construiește prima masină aritmetică, un calculator rudimentar, pe care o va imbunatati peste opt ani. Scrisorile lui către Fermat arată că aproximativ in această perioadă se concentra asupra geometriei analitice și fizicii. A repetat și experimentele lui Toricelli.

In 1650 la mijlocul carierei lui știintifice, Pascal si-a abandonat brusc idealurile lui in favoarea religiei, asa cum zice in *Pensées*, "*contemplează măretia și misterul omului*".

In 1653 a trebuit să administreze moșia tatălui său. Acum a adoptat iarși vechile lui ocupatii și a făcut cateva experimente asupra presiunii exercitate de lichide și gaze. In aceeași perioadă a inventat triunghiul aritmetic, și împreună cu Fermat a creat calculul probabilităților.

Medita asupra căsătoriei cand un accident l-a determinat iarși să se concentreze asupra religiei. S-a mutat la Port Royal unde a trăit până in 1662.

Singura lucrare matematică care o mai scrie o a fost un eseu despre cicloidă in 1685. Suferea de insomnie și de o durere de dinti cand i-a venit ideea și spre surprinderea

lui suferinta i-a trecut. Privind aceasta ca un semn divin a continuat problema, lucrând fără oprire opt zile, și a terminat o lucrare relativ completă despre geometria cicloidei.

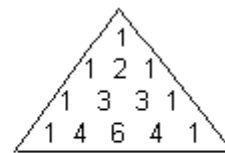
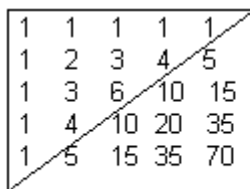
Prima lucrare asupra geometriei conicilor, scrisă în 1639, a fost publicată doar în 1779. Conica este o curbă plană rezultată din intersecția unui con circular cu un plan. Se pare că a fost scrisă sub îndrumarea lui Desargues. Două rezultate sunt deopotrivă importante și interesante. Primul este o teoremă cunoscută sub numele de *Teorema lui Pascal* :

*Dacă un hexagon poate fi înscris într-o conică atunci punctele de intersecție ale laturilor opuse vor fi coliniare (pe aceeași dreaptă). A doua care i se datorează în mare parte lui Desargues spune următoarele:*

*Dacă un patrulater poate fi înscris într-o conică și ducem o dreaptă care intersectează laturile în A, B, C respectiv D, și conica în P și Q atunci:*

$$\frac{PA \cdot PC}{PB \cdot PD} = \frac{QA \cdot QC}{QB \cdot QD}.$$

Pascal și-a îmbunătățit triunghiul aritmetic în 1653, dar nu există nici o consemnare a metodei lui până în 1665. Triunghiul este o figură simplă (ca cele două și se poate continua la infinit). Fiecare linie este formată din numere egale cu suma numerelor din stanga poziției de pe linia precedentă. De exemplu  $20 = 1 + 3 + 6 + 10$ . Dacă așezăm triunghiul altfel (ca în dreapta) este mai ușor să vedem că un număr este egal cu suma celor două numere de deasupra lui, respectiv suma dintre numărul din stanga și cel de deasupra în prima figură, vârful triunghiului fiind 1. Cele două reguli sunt echivalente.



Numerele unei linii se numesc numere figurate. Primele se numesc numere de ordinul întâi, cele din a doua linie numere de ordinul doi, cele din a treia linie numere de ordinul trei ș.a.m.d. Se poate ușor demonstra că a m-lea număr de pe al n-lea rând este:

$$\frac{(m+n-2)!}{(m-1)! \cdot (n-1)!}.$$

Triunghiul se obține, în cazul primei figuri, trasând o diagonală în jos din colțul dreapta sus. Numărul pe fiecare diagonală dau coeficienții binomiali al unei dezvoltări, sunt coeficienții binomiali ai binomului lui Newton. De exemplu a cincia diagonală 1, 4, 6, 4, 1 sunt coeficienții binomiali ai dezvoltării  $(a+b)^4$ . Pascal a folosit triunghiul pe de-o parte pentru diferite calcule proprii și pe de altă parte pentru a calcula combinații de m luate câte n pentru care a găsit formula corectă:

$$\frac{(n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3) \cdot \dots \cdot m}{(m-n)!}.$$

Probabil ca matematician Pascal este cel mai bine cunoscut pentru corespondența lui cu Fermat din 1657 în care a stabilit principiile probabilității. Totul a pornit de la o

problemă propusă lui Pascal de un jucător numit *Chavalier de Méré* (Cavalerul Marii). La randul său acesta i-a transmis-o lui Fermat. Problema era următoarea: Doi jucători de valori egale vreau să plece de la masă înainte de a termina o partidă. Dacă se cunoaste scorul (în puncte) și numărul de punctelor până la care vroiau să joace (adică numărul turelor dacă o tură castigată înseamnă un punct) se cere să se afle în ce proporție trebuie să împartă miza. Fermat și Pascal au dat același răspuns dar demonstrații diferite. Următoarea este demonstrația celui din urmă:

Aceasta este metoda mea de a determina partea fiecărui jucător când, de exemplu, doi jucători joacă pe trei ture și fiecare au pus 32 de galbeni.

Să zicem că primul jucător a câștigat două puncte, iar al doilea unul. Acum trebuie să joace ultima tură pentru un punct. Dacă primul jucător ar câștiga ar lua toată miza adică 64 de galbeni, în timp ce dacă al doilea ar câștiga fiecare ar avea două puncte și ar trebui împartă miza, adică 32 de galbeni la fiecare. Asadar dacă primul jucător ar câștiga 64 de galbeni i-ar aparține, dacă nu ar lua 32 de galbeni. Atunci dacă cei doi jucători doresc să se oprească aici primul ar zice: "*Am asigurat un câștig de 32 de galbeni chiar dacă pierd tura următoare, cât despre ceilalți 32 poate îi voi câștiga eu poate tu, șansele sunt egale. Haide să împărțim cei 32 de galbeni rămași egal iar eu voi lua și pe cei 32 care îmi sunt asigurați.*" Primul jucător va avea 48 de galbeni iar al doilea 16.

Mai departe să zicem că primul jucător a obținut două puncte iar al doilea nici unul și sunt pe cale să joace o tură pentru un punct. Dacă primul jucător câștiga acest punct va câștiga și jocul și va lua 64 de galbeni, iar dacă al doilea câștigă atunci jucătorii vor fi în situația analizată anterior. Dar, dacă nu mai doresc să joace, primul jucător ar zice: "*Dacă mai obțin un punct câștig 64 de galbeni, dacă pierd tot primesc 48 (ca înainte). Dă-mi 48 de galbeni pe care îi am sigur și restul de 16 îi împărțim în două egal cum șansele sunt egale.*" Asadar primul jucător ia 56 de galbeni iar al doilea 8.

Și în sfârșit primul jucător are un punct și al doilea nici unul. Dacă mai joacă pentru un punct și primul jucător ar câștiga s-ar afla în situația anterioară în care el are dreptul la 56 de galbeni, iar dacă al doilea ar câștiga fiecare ar avea un punct și câștigul ar fi împărțit. Dar dacă nu ar mai dori să continue primul ar zice: "*Da-mi 32 de galbeni pe care îi iau sigur, și împart restul din 56 respectiv 24 (deoarece am deja 32) în două.*" Atunci primul va avea  $32+12=44$  de galbeni și în consecință, al doilea va avea 20 de galbeni.

Pascal continuă rezolvând probleme asemănătoare când jocul este câștigat de cine obține  $m+n$  puncte. Răspunsul este dat de triunghiul sau aritmetic. Soluția problemei generalizate în care valoarea jucătorilor este diferită poate fi găsită în majoritatea cărților de algebră și este în concordanță cu răspunsul lui Pascal, deși notațiile pot fi diferite.

Pascal a folosit această nouă teorie în al nouălea capitol al cărții sale *Pensées*. El spune următoarele: "*Dacă valoarea fericirii eterne este infinită chiar dacă probabilitatea ca o viață religioasă să asigure fericirea eternă este mică, totuși speranța perspectivă, măsurată prin produsul celor două, trebuie să fie destul de mare pentru a merita să fi religioasă.* Dacă se poate trage vreo concluzie din afirmația aceasta este neclaritatea obținută când se aplică formule matematice întrebărilor morale ale căror date nu sunt de obicei în sfera științelor exacte, de aceea afirmația nu a fost apreciată pozitiv.

Ultima lucrare matematică a lui a fost *Cicloida*. În 1658. Cicloida este linia curbă trasată de un punct de pe circumferința unui cerc care se rotește fără alunecare pe o dreaptă. În 1630 Galileo a atras atenția asupra acestei forme de altfel gratioase, și sugerase ca arcele podurilor să fie construite astfel. Patru ani mai târziu Roberval a aflat

aria determinată de cicloidă. Descartes nu a apreciat această soluție și l-a provocat la aflarea tangentelor, aceeași provocare i-a fost trimisă lui Fermat care a rezolvat-o numai decat. Câteva întrebări au fost puse de alți matematicieni. Acestea se refereau la curbă și la suprafața și volumul determinate de cicloidă la rotirea în jurul axei, bazei și tangentei. Acestea la un loc cu aflarea poziției centrului de greutate al corpurilor solide formate au fost rezolvate de Pascal în 1658. Rezultatele au fost emise ca întrebări spre rezolvare. Wallis reușește să răspundă la toate cu excepția celor legate de centrul de greutate. Soluțiile lui Pascal (afectate de metoda indivizibilității) seamănă cu rezolvarea pe care ar da-o un matematician din zilele noastre cu ajutorul calculului cu integrale. El a obținut (prin însumare) echivalentul integralelor lui  $\sin\phi$ ,  $\sin 2\phi$  și  $\phi \cdot \sin\phi$ , o limită fiind 0 sau  $\frac{1}{2}\pi$ . De asemenea a investigat geometria spiralei lui Arhimede. Aceste studii, potrivit lui D'Alembert, formează o legătură între geometria lui Arhimede și calculul infinitezimal a lui Newton.