

UNIVERSITATEA **SPIRU HARET BUCURESTI**
FACULTATEA DE MANAGEMENT BRASOV
SPECIALITATEA MANAGEMENT

PROIECT LA STATISTICA
SEMESTRUL I

COORDONATOR
Conf. Univ. dr. **ANGELA POPESCU**

STUDENT

- PLOIESTI 2006 -

1

INTRODUCERE

Observarea statistica presupune respectarea unor principii fundamentale impuse prin lege (Legea nr. 11/1994), principii asemanatoare cu cele impuse pe plan international. Ele au în vedere: autonomia metodologica, confidentialitatea, transparenta, specializarea, proportionalitatea si deontologia statistica.

Prin programul de observare trebuie să se precizeze câteva elemente fixe, si anume:

- scopul observarii este subordonat scopului general pentru care s-a organizat cercetarea statistica si de exacta lui înțelegere depinderea actiunii;
- obiectul cercetarii sau colectivitatea cercetata reprezinta multimea unitatilor la care vor fi înregistrate caracteristicile precizate.

Obiectul observarii trebuie sa fie delimitat ca volum, în timp, spatiu, cât si din punct de vedere organizatoric;

- unitatea de observare ca element component al colectivitatii trebuie sa fie clar definita pentru a obtine date complete, exacte si comparabile în timp si spațiu. Unitatile de observare pot fi simple sau

complexe în functie de scopul cercetarii;

- programul observarii constă în stabilirea tuturor caracteristicilor care trebuie înregistrate, a modalitatilor concrete de culegere a datelor, încadrarea în timp si spațiu a activitatii de obtinere a informatiilor;

- formularele si instructiunile de înregistrare se prezintă sub forma de fise (care se completeaza pentru o singura unitate de observare) si liste (care se completeaza pentru mai multe unitati). Formularele de înregistrare sunt însoțite de norme metodologice si tehnice privind completarea lor, norme ce pot fi imprimate direct pe formular sau în broșuri anexe. Metodele si procedeele de observare statistica sunt în functie de natura fenomenelor studiate, de modul de organizare a activitatii.

Metodele si procedeele de observare statistica sunt în functie de natura fenomenelor studiate, de modul de organizare a activitatii agentilor economici, de posibilitățile de înregistrare a fenomenelor si de mijloacele tehnice de prelucrare de care se dispune. Gruparea metodelor de înregistrare (observare) în sisteme are la baza diferite criterii:

a) după modul de organizare a activitatii social-economice deosebim:

- observari permanente, care se efectueaza prin intermediul sistemului informational statistic;
- observari special organizate ca: recensaminte, anchete, monografii;

b) după timpul la care se refera datele, observările statistice pot fi:

- curente, cum sunt rapoartele statistice;
- periodice, care se efectuează la un anumit interval de timp (recensământul);
- unice (observari speciale), care se fac pentru consemnarea statistica a unui eveniment nerepetabil;

c) după numărul unitatilor înregistrate, observările pot fi:

- totale, cum sunt recensamintele si raportarile statistice, prin care se culeg date de la toate unitatile colectivitatii;
- parțiale, cum este sondajul prin care se realizeaza înregistrari numai la o parte din unitatile colectivitatii.

Principalele tipuri de lucrari de înregistrare statistica practicate sunt prezentate în continuare:

- Recensământul
- Rapoartele statistice
- Anchetele prin sondaj
- Ancheta statistica
- Observarea partii principale
- Monografia
- Ancheta integrata în gospodarii
- Ancheta asupra fortei de munca în gospodarii
- Ancheta structurala în întreprinderi
- Observarea pietei taranesti

SISTEMATIZAREA SI PREZENTAREA DATELOR STATISTICE

Sistematizarea datelor se face după un program care cuprinde metodologii si procedee de prelucrare specifice proceselor studiate, precum si unele masuri organizatorice. În acest sens, se procedează la efectuarea unor operatiuni de centralizare, grupare si reprezentare a datelor sub forma de serii, tabele si grafice.

Etapetele sistematizarii statistice implica parcurgerea următoarelor etape:

- centralizarea;
- gruparea sau clasificarea datelor si calculul indicatorilor statistici absoluti;
- calculul indicatorilor derivati;
- prezentarea rezultatelor prelucrării sub formă de: serii, tabele si grafice.

Gruparea statistică este o centralizare pe grupe a unitatilor unei colectivitati în care caracteristica de grupare este o variabila în functie de care unitatile colectivitatii sunt repartizate în grupe distincte cât mai omogene.

Notiunile de baza folosite de metoda grupării statistice sunt:

- caracteristica de grupare;
- intervalul de grupare.

Intervalele de grupare pot fi:

- intervale egale si neegale;
- intervale închise si deschise;
- intervale cu variatie discreta si cu variatie continua.

Metodele de prezentare a rezultatelor prelucrării primare sau secundare a datelor statistice sunt:

- tabelele statistice;
- seriile statistice;
- reprezentarile grafice.

Tabelul este o retea de linii orizontale si verticale care, prin întretaiere, formeaza rânduri, coloane, rubrici.

Continutul tabelului este format din:

- titlul tabelului sau subiectul tabelului, care reda într-o forma concisa colectivitatea si partile sale componente;
- predicatul tabelului (respectiv titulatura coloanelor) reprezinta elementele statistice care caracterizeaza subiectul tabelului, deci este format din sistemul de caracteristici pentru care s-a făcut centralizarea datelor.

Tipurile tabelor statistice

- Tabelele simple
- Tabelele pe grupe
- Tabelele combinate

Seria statistica este prezentarea paralela a două siruri de date, în care primul sir prezinta caracteristica de grupare (atributiva, de spatiu sau de timp), iar cel de-al doilea, rezultatul centralizarii fenomenelor, adică numărul de unitati din fiecare grupa.

Reprezentarile grafice reprezintă o modalitate expresiva deoarece vizualizeaza informatiile statistice în vederea perceperii sintetice si globale a întregului ansamblu de mesaje informationale si permite formarea unei imagini intuitive si clare despre evolutia fenomenelor si proceselor în timp. Reprezentarile grafice sunt metode rapide de determinare a legaturilor si corelatiilor dintre fenomene si pun în evidentă caracteristicile acestora: structuri, relatii, tendinte, regularitati, precum si anomalii, erori sau omisiuni în datele originale.

Elementele de baza ale graficelor sunt:

- Titlul graficului
- Scara de reprezentare
- Reteaua graficului
- Legenda
- Sursa datelor
- Notele explicative
- Graficul propriu-zis

Principalele tipuri de grafice statistice

- Cronogramele si diagramele polare
- Histograma, poligonul si curba frecventelor
- Cartogramele si cartodiagramele

APLICATIE

Se va alege un esantion (pe baza tabelului nr. 1 din sinteza) format din 20 de persoane, pe baza unui pas de numarare din 2 in 2 sau din 3 in 3 sau pornind de la un anumit numar – exemplu: 18, 20, 22, etc.).

Pe baza seriei de 20 de persoane rezultate se va realiza:

- 1) gruparea simpla in functie de varsta a celor 20 de persoane prin relatia Sturgers;
- 2) gruparea simpla a persoanelor printr-un numar de grupe dat (exemplu 5 grupe);
- 3) gruparea combinata in functie de varsta si de coeficientul de inteligenta a celor 20 de persoane;
- 4) reprezentarea grafica a celor 20 de persoane in functie de gruparea simpla prin histograma si prin poligonul frecventelor (la fel ca in sinteza).

Pentru gruparea persoanelor in functie de varsta se vor calcula:

- indicatorii de frecventa (la fel ca in tabel nr. 6 din sinteza) si calculele aferente;
 - mediile (tabel nr. 7 din sinteza) si calculele aferente;
 - indicatorii de pozitie (tabel nr. 8 din sinteza) si calculele aferente;
 - indicatorii de variatie (tabel nr. 9 din sinteza), calcule si concluzii
- 5) indicatorii de corelatie (tabel nr. 11, 14 din sinteza) pe baza celor doua grupari realizate.

Valoarea incasarilor si a salariului incasat pe o perioada de 15 zile din anul 2002 pe un esantion de 70 de persoane

Nr. crt.	Varsta (ani)	Coefficient de inteligenta	Valoarea incasarilor (mii unitati monetare)	Salariul incasat (u.m.)
1	23	80	15	120
2	30	85	20	130
3	52	70	17	118
4	35	90	30	150
5	18	75	19	120
6	43	80	28	132
7	20	85	20	150
8	33	96	35	145
9	28	70	18	125
10	38	88	29	135
11	47	95	40	139
12	19	86	18	110
13	24	90	36	140
14	37	88	20	128
15	46	100	50	138
16	54	90	37	143
17	22	86	24	130
18	28	89	22	139
19	36	95	41	150
20	19	86	28	130
21	27	90	30	156
22	32	92	33	130
23	55	96	46	145
24	60	96	36	145
25	58	97	38	140
26	29	80	46	160
27	39	96	49	150
28	43	102	50	160
29	44	96	48	130
30	38	96	48	155
31	40	110	50	160
32	53	115	53	150
33	23	95	40	140
34	27	90	35	130
35	40	115	55	160
36	28	105	50	158
37	56	80	20	120
38	19	85	25	135
39	46	89	30	130
40	28	105	50	160
41	37	125	60	200
42	40	110	55	180
43	30	96	45	170
44	22	78	20	110
45	24	90	30	140
46	33	123	60	195
47	37	120	60	200
48	43	105	50	180

49	49	110	55	190
50	36	96	47	170
51	59	98	40	150
52	58	90	35	140
53	45	90	35	140
54	36	110	62	206
55	65	89	25	130
56	18	89	25	130
57	20	92	30	140
58	19	93	35	145
59	37	125	65	200
60	38	105	55	180
61	42	100	50	180
62	46	90	46	160
63	55	95	50	150
64	55	98	52	152
65	57	110	60	200
66	47	70	30	150
67	42	115	60	202
68	43	89	36	160
69	36	100	58	180
70	35	105	55	190

Se cere: Esantionul se va alege pe baza tabel nr. 1 din sinteza format din 20 de persoane, pe baza unui pas de numarare (din 2 in 2, sau din 3 in 3, sau pornind de la un anumit numar, exemplu: 18,20,22, etc)

Se alege un esantion format cu pas de numarare 2 (nr. crt. cifre impare) incepand cu nr. crt. 1.

Nr. crt.	Varsta (ani)	Coeficient de inteligenta	Valoarea incasarilor (mii unitati monetare)	Salariul incasat (u.m.)
1	23	80	15	120
3	52	70	17	118
5	18	75	19	120
7	20	85	20	150
9	28	70	18	125
11	47	95	40	139
13	24	90	36	140
15	46	100	50	138
17	22	86	24	130
19	36	95	41	150
21	27	90	30	156
23	55	96	46	145
25	58	97	38	140
27	39	96	49	150
29	44	96	48	130
31	40	110	50	160
33	23	95	40	140
35	40	115	55	160
37	56	80	20	120
39	46	89	30	130

Se cere:

1) Gruparea simpla in functie de varsta a celor 20 de persoane prin relatia Sturgers.

Rezolvare: Relatia Sturgers se foloseste cand nu se cunoaste numarul de grupe si este urmatoarea:

$$K = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}$$

unde:

K – marimea intervalului de grupare

x_{\max} – valoarea maxima a caracteristicii de grupare (58)

x_{\min} – valoarea minima a caracteristicii de grupare (18)

x – caracteristica de grupare, adica varsta salariatilor

n – numarul de persoane din esantion (20)

$$K = \frac{58 - 18}{1 + 3,322 \lg 20} = \frac{40}{1 + 3,322 * 2,995} = \frac{40}{10,949} = 3,653$$

Pentru usurinta calculelor se rotunjeste rezultatul de la 3,653 la 4.

Deci marimea intervalului de grupare va fi 4 asa cum rezulta din tabelul urmator:

Gruparea salariatilor in functie de varsta

Grupe de salariati dupa	Numarul salariatilor (n)	Structura	
		Coeficienti	Procente (%)
18 - 22	3	0,15	15
22 - 26	3	0,15	15
26 - 30	2	0,10	10
30 - 34	0	-	-
34 - 38	1	0,05	5
38 - 42	3	0,15	15
42 - 46	3	0,15	15
46 - 50	1	0,05	5
50 - 54	1	0,05	5
54 - 58	3	0,15	15
TOTAL	20	1,00	100
Explicatii:			
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15

Gruparea simpla in functie de coeficientul de inteligenta a celor 20 de persoane prin relatia Sturgers.

Rezolvare: Relatia Sturgers se foloseste cand nu se cunoaste numarul de grupe si este urmatoarea:

$$K = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}$$

unde:

K – marimea intervalului de grupare

x_{\max} – valoarea maxima a caracteristicii de grupare (115)

x_{\min} – valoarea minima a caracteristicii de grupare (70)

x – caracteristica de grupare, adica varsta salariatilor

n – numarul de persoane din esantion (20)

$$K = \frac{115 - 70}{1 + 3,322 \lg 20} = \frac{45}{1 + 3,322 * 2,995} = \frac{45}{10,949} = 4,109$$

Pentru usurinta calculelor se rotunjeste rezultatul de la 4,109 la 4.

Deci marimea intervalului de grupare va fi de 4.

Gruparea salariatilor in functie de coeficientul de inteligenta

Grupe de salariati dupa coeficientul	Numarul salariatilor (n)	Structura	
		Coeficienti	Procente (%)
70 - 74	2	0,10	10
74 - 78	1	0,05	5
78 - 82	2	0,10	10
82 - 86	2	0,10	10
86 - 90	3	0,15	15
90 - 94	0	-	-
94 - 98	7	0,35	35
98 - 102	1	0,05	5
102 - 106	0	-	-
106 - 110	1	0,05	5
110 - 114	0	-	-
114 - 118	1	0,05	5
TOTAL	20	1,00	100
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		7/20=0,35	(7/20)*100=0,35
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05

Gruparea salariatilor in functie de valoarea incasarilor

Rezolvare: Relatia Sturgers se foloseste cand nu se cunoaste numarul de grupe si este urmatoarea:

$$K = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}$$

unde:

K – marimea intervalului de grupare

x_{\max} – valoarea maxima a caracteristicii de grupare (55)

x_{\min} – valoarea minima a caracteristicii de grupare (15)

x – caracteristica de grupare, adica varsta salariatilor

n – numarul de persoane din esantion (20)

$$K = \frac{55 - 15}{1 + 3,322 \lg 20} = \frac{40}{1 + 3,322 * 2,995} = \frac{40}{10,949} = 3,652$$

Pentru usurinta calculelor se rotunjeste rezultatul de la 3,652 la 4.

Deci marimea intervalului de grupare va fi de 4.

Gruparea salariatilor in functie de valoarea incasarilor

Grupe de salariati dupa valoarea	Numarul salariatilor (n)	Structura	
		Coeficienti	Procente (%)
15 - 19	4	0,20	20
19 - 23	2	0,10	10
23 - 27	1	0,05	5
27 - 31	2	0,10	10
31 - 35	0	-	-
35 - 39	2	0,10	10
39 - 43	3	0,15	15
43 - 47	1	0,05	5
47 - 51	4	0,20	20
51 - 55	1	0,05	5
TOTAL	20	1,00	100
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05

Gruparea salariatilor in functie de salariul incasat

Rezolvare: Relatia Sturgers se foloseste cand nu se cunoaste numarul de grupe si este urmatoarea:

$$K = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}$$

unde:

K – marimea intervalului de grupare

x_{\max} – valoarea maxima a caracteristicii de grupare (160)

x_{\min} – valoarea minima a caracteristicii de grupare (118)

x – caracteristica de grupare, adica varsta salariatilor

n – numarul de persoane din esantion (20)

$$K = \frac{160 - 118}{1 + 3,322 \lg 20} = \frac{42}{1 + 3,322 * 2,995} = \frac{42}{10,949} = 3,836$$

Pentru usurinta calculelor se rotunjesta rezultatul de la 3,836 la 4.

Deci marimea intervalului de grupare va fi de 4.

tabel nr. 4

Gruparea salariatilor in functie de salariul incasat

Grupe de salariati dupa salariul incasat	Numarul salariatilor (n)	Structura	
		Coeficienti	Procente (%)
118 - 122	4	0,20	20
122 - 126	1	0,05	5
126 - 130	3	0,15	15
130 - 134	0	-	-
134 - 138	1	0,05	5
138 - 142	4	0,20	20
142 - 146	1	0,05	5
146 - 150	3	0,15	15
150 - 154	0	-	-
154 - 158	1	0,05	5
158 - 162	2	0,10	10
TOTAL	20	1,00	100
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		3/20=0,15	(3/20)*100=0,15
		0/20=0,00	(0/20)*100=0,00
		1/20=0,05	(1/20)*100=0,05
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10

2) Gruparea simpla a persoanelor printr-un numar de grupe dat (exemplu 5 grupe):

Rezolvare: Tanand cont ca se cunoaste numarul de grupe (5) relatie este urmatoarea:

$$K = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{58-18}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Deci marimea intervalului de grupare va fi de 8.

Se porneste de la valoarea minima a caracteristicii de grupare la care se adauga marimea intervalului de grupare (K=8).

Tabel nr. 2

Gruparea salariatilor in functie de varsta

Grupe de salariati dupa varsta (ani)	Numarul salariatilor (n)	Structura	
		Coeficienti	Procente (%)
18 - 26	6	0,30	30
26 - 34	2	0,10	10
34 - 42	4	0,20	20
42 - 50	4	0,20	20
50 - 58	4	0,20	20
TOTAL	20	1,00	100
		6/20=0,30	(6/20)*100=0,30
		2/20=0,10	(2/20)*100=0,10
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20
		4/20=0,20	(4/20)*100=0,20

Se cere: **3) Gruparea combinata in functie de varsta si de coeficientul de inteligenta a celor 20 de persoane**

Coeficient de inteligenta	70 - 74	74 - 78	78 - 82	82 - 86	86 - 90	90 - 94	94 - 98	98 - 102	102-106	106 - 110	110 - 114	114 - 118	Total
Varsta													
18 - 26	0	*	*	**	0	*	*	0	0	0	0	0	6
26 - 34	*	0	0	0	0	*	0	0	0	0	0	0	2
34 - 42	0	0	0	0	0	0	**	0	0	0	*	*	4
42 - 50	0	0	0	0	*	0	**	*	0	0	0	0	4
50 - 58	*	0	*	0	0	0	**	0	0	0	0	0	4
TOTAL	2	1	2	2	1	2	7	1	0	0	1	1	20

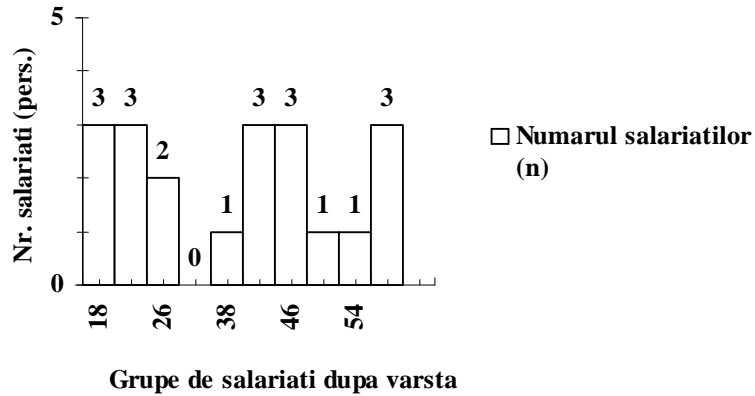
Coeficient de inteligenta	70 - 74	74 - 78	78 - 82	82 - 86	86 - 90	90 - 94	94 - 98	98 - 102	102-106	106 - 110	110 - 114	114 - 118	Total
Varsta													
18 - 26	0	1	1	2	0	1	1	0	0	0	0	0	6
26 - 34	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
34 - 42	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	1	1	4
42 - 50	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	4
50 - 58	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	4
TOTAL	2	1	2	2	1	2	7	1	0	0	1	1	20

Se cere: 4) Reprezentarea grafica a celor 20 de persoane in functie de gruparea simpla prin histograma si prin poligonul frecventelor (la fel ca in sinteza).

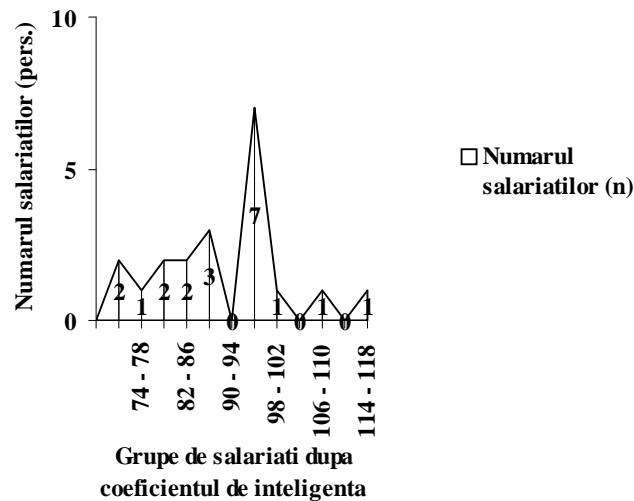
Pentru gruparea persoanelor in functie de varsta se vor calcula:

- indicatorii de frecventa (la fel ca in tabelul 6 din sinteza) si calculele aferente
- mediile (tabel 7 sinteza) si calculele aferente
- indicatorii de pozitie (tabel 8 sinteza) si calculele aferente
- indicatorii de variatie (tabel 9 sinteza) si calculele aferente

a) Distributia salariatilor dupa varsta
(prin histograma)



b) Distributia salariatilor dupa coeficientul de inteligenta (poligonul frecventelor)



Pentru gruparea persoanelor in functie de varsta se vor calcula:

- A. indicatorii de frecventa (la fel ca in tabelul 6 din sinteza) si calculele aferente
- B. mediile (tabel 7 sinteza) si calculele aferente
- C. indicatorii de pozitie (tabel 8 sinteza) si calculele aferente
- D. indicatorii de variatie (tabel 9 sinteza) si calculele aferente

A. Indicatorii de frecventa (la fel ca in tabelul 6 din sinteza) si calculele aferente

Tabel nr. 6

Grupe de persoane dupa varsta (ani)	Numar de persoane		Frecvente absolute cumulate		Frecvente arelative	
	Frecvente absolute (n1)	Frecvente relative (ni*)	crescator ni ↗	descrescator ni ↘	crescator ni ↗	descrescator ni ↘
18 - 22	3	15	3	20	15	100
22 - 26	3	15	6 ↗	17	30 ↗	85
26 - 30	2	10	8	14	40	70
30 - 34	0	0	8	12	40	60
34 - 38	1	5	9	12	45	60
38 - 42	3	15	12	11 ↘	60	55
42 - 46	3	15	15	8	75	40
46 - 50	1	5	16	5	80	25
50 - 54	1	5	17	4	85	20
54 - 58	3	15	20	3	100	15
TOTAL	20	100	-	-	-	-
Explicatii:						
	$3/20 \cdot 100$	3	3	3	15	15
	$3/20 \cdot 100$	$3+3=6$	$3+1=4$	$15+15=30$	$15+5=20$	
	$2/20 \cdot 100$	$6+2=8$	$4+1=5$	$30+10=40$	$20+5=25$	
	$0/20 \cdot 100$	$8+0=8$	$5+3=8$	$40+0=40$	$25+15=40$	
	$1/20 \cdot 100$	$8+1=9$	$8+3=11$	$40+5=45$	$40+15=55$	
	$3/20 \cdot 100$	$9+3=12$	$11+1=12$	$45+15=60$	$55+5=60$	
	$3/20 \cdot 100$	$12+3=15$	$12+0=12$	$60+15=75$	$60+0=60$	
	$1/20 \cdot 100$	$15+1=16$	$12+2=14$	$75+5=80$	$60+10=70$	
	$1/20 \cdot 100$	$16+1=17$	$14+3=17$	$80+5=85$	$70+15=85$	
	$3/20 \cdot 100$	$17+3=20$	$17+3=20$	$85+15=100$	$85+15=100$	

B. Mediile (tabel 7 sinteza) si calculele aferente

Tabel nr. 7

Grupe de salariatii dupa varsta (ani)	Numarul salariatilor (n _i)	Mijlocul intervalului (x _i)	x _i n _i	$\frac{1}{x_i} n_i$	x _i ² *n _i	log x _i	n _i *log x _i
18 - 22	3	20	60	0,1500	1200	1,3010	3,9031
22 - 26	3	24	72	0,1250	1728	1,3802	4,1406
26 - 30	2	28	56	0,0714	1568	1,4472	2,8943
30 - 34	0	32	0	-	-	1,5051	-
34 - 38	1	36	36	0,0278	1296	1,5563	1,5563
38 - 42	3	41	123	0,0732	5043	1,6128	4,8384
42 - 46	3	44	132	0,0682	5808	1,6435	4,9304
46 - 50	1	48	48	0,0208	2304	1,6812	1,6812
50 - 54	1	52	52	0,0192	2704	1,7160	1,7160
54 - 58	3	56	168	0,0536	9408	1,7482	5,2446
TOTAL	20	-	747	0,6092	31059	15,5915	30,9049
			$\sum x_i n_i =$ 9408	$\sum \frac{1}{x_i} n_i =$ 0,6092	$\sum x_i^2 n_i =$ 31059	-	$\sum n_i \log x_i =$ 30,9049
Explicatii:	(18+22)/2	3*20=60	3/20=0,15	20*20*3=1200	log 20=1,301	3*1,301=3,9031	
	(22+26)/2	3*24=72	2/24=0,125	24*24*3=1728	log 24=1,3802	3*1,3802=4,1406	
	(26+30)/2	2*28=56	2/28=0,0714	28*28*2=1568	log 28=1,4472	2*1,4472=2,8943	
	(30+34)/2	0*32=0	0/32=0	32*32*0=0	log 32=1,5051	0*1,5051=0	
	(34+38)/2	1*36=36	1/36=0,0278	36*36*1=1296	log 36=1,5563	1*1,5563=1,5563	
	(38+42)/2	3*41=123	3/41=0,0732	41*41*3=5043	log 41=1,6128	3*1,6128=4,8384	
	(42+46)/2	3*44=132	3/44=0,0682	44*44*3=5808	log 44=1,6435	3*1,6435=4,9304	
	(46+50)/2	1*48=48	1/48=0,0208	48*48*1=2304	log 48=1,6812	1*1,6812=1,6812	
	(50+54)/2	1*52=52	1/52=0,0192	52*52*1=2704	log 52=1,716	1*1,7160=1,7160	
	(54+58)/2	3*56=168	3/56=0,0536	56*56*3=9408	log 56=1,7482	3*1,7482=5,2446	

a) **media aritmetica** se calculeaza cu relatia:

$$\bar{x}_a = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{747}{20} = 37,35 \text{ ani}$$

b) **media armonica** se calculeaza cu relatia:

$$\bar{x}_h = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{1}{x_i} n_i} = \frac{20}{0,6092} = 32,83 \text{ ani}$$

c) **media patratice** se calculeaza cu relatia:

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{31059}{20}} = 39,41 \text{ ani}$$

d) **media geometrica** se calculeaza cu relatia:

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum n_i]{\prod x_i^{n_i}} = \log \bar{x}_g = \frac{\sum n_i \log x_i}{\sum n_i} = \frac{52,205}{20} = 1,5452$$

Se procedeaza prin antilogaritmare din 1,5452

Se tasteaza (pe calculatorul de buzunar):

$$10^{yx} 1,5452 = 35,43$$

Intre medii exista urmatoarea relatie:

$$\bar{x}_h \leq \bar{x}_g \leq \bar{x}_a \leq \bar{x}_p$$

$$32,82 \leq 35,43 \leq 37,35 \leq 39,41$$

C. Indicatorii de pozitie (tabel nr. 8 din sinteza) si calculele aferente

Denumiti si indicatori de structura, acesti indicatori sunt:

- mediana
- quartile
- decile
- modulul
- mediala

Grupe de salariatii dupa varsta (ani)	Numarul salariatilor (n _i)	Frecvente absolute cumulate crescator n _i	Mijlocul intervalului (x _i)	x _i *n _i
18 – 22 D ₁	3	3	20	60
22 - 26 Q ₁ ; D ₂ ;	3	6	24	72
26 – 30 D ₃	2	8	28	56
30 - 34	0	8	32	0
34 – 38 D ₄	1	9	36	36
38 - 42 M ₂ ; Q ₂ ; D ₅	3	12	41	123
42 – 46 D ₆ ; D ₇	3	15	44	132
46 – 50 Q ₃	1	16	48	48
50 – 54 D ₈	1	17	52	52
54 – 58 D ₉	3	20	56	168
TOTAL	20		-	747
Explicatii	$\sum n_i = 20$			$\sum x_i n_i = 747$

a) **mediana**

$$\text{Locul medianei este: } \text{loc}_{Me} = \frac{\sum n_i + 1}{2} = \frac{20 + 1}{2} = 10,5$$

In coloana frecventelor cumulate crescator se cauta pornit de sus in jos, valoarea mai mare sau egala cu locul

mediane (10,5). Se gaseste cifra 12. Aceasta cifra marcheaza grupa in care se afla mediana (grupa 38 - 42 ani).

$$38 < Me < 42$$

$$Me = x_0 + K \frac{locMe - \sum_{i=1}^{Me-1} n_i}{n_{Me}}$$

unde:

$x_0 = 38$ (limita inferioara a intervalului median);

$\sum_{i=1}^{Me-1} n_i = 9$ (suma frecventelor absolute cumulate crescator, pana la intervalul median col. 3)

$$Me = 38 + 4 \frac{10,5 - 9}{23} = 38,26 \text{ ani}$$

Media aritmetica (\bar{x}_a) are valoare 37,35 ani (vezi calculul mediilor) deci mediana in acest caz are o usoara deviatie spre stanga.

$$Me - \bar{x}_a = 38,26 - 37,35 = 0,91$$

b) Quartile (Q)

$$Q_1 = x_0 + K \frac{loc Q_1 - \sum_{i=1}^{Q_1-1} n_i}{n_{Q_1}}$$

$$Locul Q_1 = \frac{\sum n_i + 1}{4} = \frac{20 + 1}{4} = 5,25 < 10,5 \text{ (din coloana 3)}$$

$$22 < Q_1 < 26$$

$$x_0 = 22; K = 4; \sum_{i=1}^{Q_1-1} n_i = 3; n_{Q_1} = 3$$

$$Q_1 = 22 + 4 \frac{10,5 - 4}{3} = 30,666$$

$$30 < 30,66 < 34$$

$$Q_2 = Me = 38,26$$

$$Q_3 = x_0 + K \frac{loc Q_3 - \sum_{i=1}^{Q_3-1} n_i}{n_{Q_3}}$$

$$loc Q_3 = \frac{3(20+1)}{4} = 15,75$$

$$42 < Q_3 < 46$$

$$loc = 15,75; x_0 = 46; K = 50 - 46 = 4; \sum_{i=1}^{Q_3-1} n_i = 44; n = 1;$$

$$Q_3 = 46 + 4 \frac{15,75 - 44}{1} = 45 \text{ ani}$$

$$42 < Q_3 < 50$$

Q_4 – nu se calculeaza; acesta reprezinta ultimul sfert al seriei.

b) **Decile** (sunt 10 decile, dar se calculeaza numai 9).

$$D_1 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_1 - \sum_{i=1}^{D_1-1} n_i}{n_{D_1}}$$

$$\text{loc } D_1 = \frac{\sum n_i + 1}{10} = \frac{20+1}{10} = 2,1 < 3 \text{ (din coloana 3)}$$

$$18 < D_1 < 22$$

$$x_0 = 18; K = 22 - 18 = 4; \sum_{i=1}^{D_1-1} n_i = 3; n_{D_1} = 3; \text{loc } D_1 = 2,1$$

$$D_1 = 18 + 4 \frac{2,1-3}{3} = 20,8 \text{ (se inscrie in intervalul 18 - 22)}$$

$$D_2 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_2 - \sum_{i=1}^{D_2-1} n_i}{n_{D_2}}$$

$$\text{Loc } D_2 = \frac{2(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{2(20+1)}{10} = 4,2 < 6 \text{ (din coloana 3)}$$

$$22 < D_2 < 26$$

$$x_0 = 22; K = 4; \sum_{i=1}^{D_2-1} n_i = 3; n_{D_2} = 3; D_2 = 4,2$$

$$D_2 = 22 + 4 \frac{4,2-3}{3} = 23,60 \text{ (se inscrie in intervalul 22 - 26)}$$

$$D_3 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_3 - \sum_{i=1}^{D_3-1} n_i}{n_{D_3}}$$

$$\text{Loc } D_3 = \frac{3(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{3(20+1)}{10} = 6,3 < 8 \text{ (din coloana 3)}$$

$$26 < D_3 < 30$$

$$x_0 = 26; K = 4; \sum_{i=1}^{D_3-1} n_i = 6; n_{D_3} = 2; D_3 = 6,3$$

$$D_3 = 26 + 4 \frac{6,3-6}{2} = 26,60 \text{ (se inscrie in intervalul 26 - 30)}$$

$$D_4 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_4 - \sum_{i=1}^{D_4-1} n_i}{n_{D_4}}$$

$$\text{Loc } D_4 = \frac{4(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{4(20+1)}{10} = 8,40 < 9 \text{ (din coloana 3)}$$

$$34 < D_4 < 38$$

$$x_0 = 34; K = 4; \sum_{i=1}^{D_4-1} n_i = 8; n_{D_4} = 1; D_4 = 8,4$$

$$D_4 = 34 + 4 \frac{8,4-8}{1} = 35,6 \text{ (se inscrie in intervalul 34 - 38)}$$

$$D_5 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_5 - \sum_{i=1}^{D_5-1} n_i}{n_{D_5}}$$

$$\text{Loc } D_5 = \frac{5(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{5(20+1)}{10} = 10,5 < 12 \text{ (din coloana 3)}$$

$$38 < D_5 < 42$$

$$x_0 = 38; K = 4; \sum_{i=1}^{D_5-1} n_i = 9; n_{D_5} = 3; D_5 = 10,5$$

$$D_5 = 38 + 4 \frac{10,5-3}{9} = 41,33 \text{ (se inscrie in intervalul 38 - 42)}$$

$$\text{Loc } D_6 = \frac{6(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{6(20+1)}{10} = 12,60 < 15 \text{ (din coloana 3)}$$

$$42 < D_6 < 46$$

$$x_0 = 42; K = 4; \sum_{i=1}^{D_6-1} n_i = 12; n_{D_6} = 3; D_6 = 12,60$$

$$D_6 = 42 + 4 \frac{12,6-12}{3} = 42,80 \text{ (se inscrie in intervalul 42 - 46)}$$

$$D_7 = x_0 + K \frac{\text{loc } D_7 - \sum_{i=1}^{D_7-1} n_i}{n_{D_7}}$$

$$\text{Loc } D_7 = \frac{7(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{7(20+1)}{10} = 14,70 < 15 \text{ (din coloana 3)}$$

$$42 < D_7 < 46$$

$$\text{Loc } D_8 = \frac{8(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{8(20+1)}{10} = 16,8 < 17 \text{ (din coloana 3)}$$

$$50 < D_8 < 54$$

$$\text{Loc } D_9 = \frac{9(\sum n_i + 1)}{10} = \frac{9(20+1)}{10} = 18,9 < 20 \text{ (din coloana 3)}$$

$$54 < D_9 < 58$$

$$x_0 = 54; K = 4; \sum_{i=1}^{D_6-1} n_i = 17; n_{D_6} = 3; D_6 = 18,90$$

$$D_9 = 54 + 4 \frac{18,9 - 17}{3} = 56,53 \text{ (se inscrie in intervalul } 54 - 58)$$

c) Modulul sau dominanta (M_0)

Acest indicator este evidentiat de frecventa absoluta maxima. In acest caz, locul valorii modale este indicat de frecventa absoluta (3) din tabel. Modulul sau dominanta se gaseste in intervalele 18 – 22; 22 – 26; 38 – 42; 42 – 46; 54 – 58.

$18 < M_0 < 22$; $22 < M_0 < 26$; $38 < M_0 < 42$; $42 < M_0 < 46$; $54 < M_0 < 58$.

Formula de calcul este urmatoarea:

$$M_o = x_0 + K \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

unde: x_0 – limita inferioara a intervalului modal (38)

K – marimea intervalului modat ($42 - 38 = 4$)

Δ_1 - diferenta dintre frecventa intervalului modal si frecventa intervalului anterior

$$(n_{M_0} - n_{M-1}) = 3 - 1 = 2$$

Δ_2 - diferenta dintre frecventa intervalului modal si frecventa intervalului urmator

$$(n_{M_0} - n_{M+1}) = 3 - 3 = 0$$

$$M_o = 38 + 4 \frac{2}{2 + 0} = 42 \text{ ani}$$

$$M_o - x_a = 42 - 37,35 = 4,65 \text{ ani}$$

d) indicatorii de variatie sunt:

- amplitudinea absoluta a variatie (A_x)

$$A_x = x_{\text{sup}} - x_{\text{inf}} = 58 - 18 = 40 \text{ ani}$$

- amplitudinea relativa a variatie ($A_x\%$)

$$A_x\% = \frac{x_{\text{sup}} - x_{\text{inf}}}{x} * 100 = \frac{58 - 18}{37,35} * 100 = 107,095$$

$$x_a = 37,35$$

Algoritmul de calcul (tabel 9 - sinteza) al indicatorilor de variatie

Tabel nr. 9

Grupe de salariatii dupa varsta (ani)	Numarul salariatilor (n_i)	Centrul de intervalului (x_i)	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x}) * n_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 * n_i$
18 - 22	3	20	- 17,35	- 52,05	301,0225	903,0675
22 - 26	3	24	- 13,35	- 40,05	178,2225	534,6675
26 - 30	2	28	- 9,35	- 18,70	87,4225	174,8450
30 - 34	0	32	- 5,35	-	28,6225	0,0000
34 - 38	1	36	- 1,35	- 1,35	1,8225	1,8225
38 - 42	3	41	3,65	10,95	13,3225	39,9675
42 - 46	3	44	6,65	19,95	44,2225	132,6675

46 - 50	1	48	10,65	10,65	113,4225	113,4225
50 - 54	1	52	14,65	14,65	214,6225	214,6225
54 - 58	3	56	18,65	55,95	347,8225	1043,4675
TOTAL	$\sum n_i = 70$	-	-	$\sum (x_i - \bar{x}) * n_i = 0$ $\sum x_i - \bar{x} * n_i = 224,27$	-	$\sum (x_i - \bar{x})^2 * n_i = 3158,55$

$$\bar{x}_a = 37,35$$

Indicatorii sintetici ai variatiei din tabelul de mai sus caracterizeaza gradul de variatie lunara luand in considerare toti termenii seriei. Acestia sunt:

- abaterea mediei liniare (d);
- dispersia (σ^2);
- abaterea medie patratica sau abaterea standard sau abaterea tip (σ);
- coeficientul de variatie (v_x).

- Abaterea medie liniara (\bar{d}_x)

$$(\bar{d}_x) = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| * n_i}{\sum n_i} = \frac{224,27}{70} = \pm 11,21$$

- Dispersia $|\delta_x^2|$ este un indicator care inlatura neajunsurile abaterii medii liniare, este un indicator abstract, nu are forma concreta de exprimare si arata modul in care valorile caracteristicii graviteaza in jurul mediei. Dispersia masoara variatia totala a caracteristicii studiate datorita cauzelor esebtiale si intamplatoare.

$$\delta_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 * n_i}{\sum n_i} = \frac{3158,55}{70} = 157,9275$$

- abaterea medie patratica numita si abaterea stansard sau abaterea tip (σ_c), este indicator care acorda fiecarei abateri importanta cuvenita, prin ridicarea la patrat a abaterilor. Abaterea medie patratica este mai mare decat abaterea medie liniara ($\sigma > \bar{d}_n$).

Formula de calcul a abetii medii patraticice sau abaterii standard sau abaterii tip este:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{157,9275} = 12,566921$$

- Coeficientul de variatie (V_x) propus de Pearson se calculeaza ca:
 - raport intre abaterea medie liniara si nivelul mediu:

$$V_x = \frac{\bar{d}_x}{\bar{x}} * 100$$

- raport intre abaterea medie patratica si media calculata:

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} * 100$$

Coeficientul de variatie inlatura toate neajunsurile celorlalti indicatori de variatie.

Acest indicator arata cate din abaterea medie liniara sau patratica revin la 100 de unitati de medie.

$$\text{Totodeauna: } \frac{\sigma_x}{\bar{x}} * 100 > \frac{\bar{d}_x}{\bar{x}} * 100$$

Coeficientul de variatie ia valori de la 0 – 100%. 22

Algoritmul de calcul pentru determinarea indicatorilor de corelatie

Varsta (x_i)	Coeficientul de inteligenta (y_i)	Numarul de persoane (n_i)	$x_i * n_i$	$y_i * n_i$	$x_i * y_i * n_i$	x_i^2	$x_i^2 * n_i$	y_i^2	$y_i^2 * n_i$
20	72	2	40	144	2880	400	800	5184	10368
24	76	2	48	152	3648	576	1152	5776	11552
28	80	2	56	160	4480	784	1568	6400	12800
32	84	1	32	84	2688	1024	1024	7056	7056
36	88	2	72	176	6336	1296	2592	7744	15488
41	92	2	82	184	7544	1681	3362	8464	16928
44	96	5	220	480	21120	1936	9680	9216	46080
48	100	1	48	100	4800	2304	2304	10000	10000
52	104	1	52	104	5408	2704	2704	10816	10816
56	108	2	112	216	12096	3136	6272	11664	23328
TOTAL		20	762	1.800	71.000	15.841	31.458	82.320	164.416
Explicatii			$20 * 2$	$72 * 2$	$20 * 72 * 2$	20^2	$20^2 * 2$	72^2	$72^2 * 2$
			$24 * 2$	$76 * 2$	$24 * 76 * 2$	24^2	$24^2 * 2$	76^2	$76^2 * 2$
		
			$56 * 2$	$108 * 2$	$56 * 108 * 2$	56^2	$56^2 * 2$	108^2	$108^2 * 2$

Metode analitice de masura a legaturilor dintre fenomene:

- metoda regresiei (functia de modelare)
- testarea semnificatiei parametrilor "a" si "b"
- metoda coeficientului de corelatie
- metoda raportului de corelatie
- metoda analizei dispersionale
- metoda covariatiei

Se presupune ca intre cele doua variabile exista o legatura liniara in care x – varsta reprezinta variabila liniara, iar y – coeficientul de inteligenta reprezinta variabila rezultativa.

$$Y_{x_i} = a + bx_i$$

Se vor calcula parametrii a si b dupa urmatoarele formule:

$$a = \frac{\sum y_i n_i * \sum x_i^2 n_i - \sum x_i y_i n_i * \sum x_i n_i}{n \sum x_i^2 n_i - (\sum x_i n_i)^2} = \frac{1800 * 31458 - 71000 * 762}{20 * 31458 - 762^2} = 51,99$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i n_i - \sum x_i n_i \sum y_i n_i}{n \sum x_i^2 n_i - (\sum x_i n_i)^2} = \frac{20 * 71000 - 762 * 1800}{20 * 31458 - 762^2} = 0,997$$

Ajustarea coeficientului de inteligenta in functie de varsta se realizeaza prinb inlocuirea valorilor a si b in ecuatie de regresie:

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 20 = 71,94$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 24 = 75,93$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 28 = 79,92$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 32 = 83,91$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 36 = 87,90$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 40 = 92,29$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 44 = 95,88$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 48 = 99,87$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 52 = 103,86$$

$$a + b x_1 = 51,99 + 0,997 * 56 = 107,85$$

Se observa ca valorile ajustate ale ecuatiei de regresie nu difera mult in comparatie cu valorile reale inregistrate (y_i).

BIBLIOGRAFIE

- Angela Popescu Statistica
Ed. Fundatia Romania de Maine, Bucuresti, 2005
- Angela Popescu Statistica economica – Teorie si aplicatie
Ed. Economica, Bucuresti, 2003
- Angela Popescu Statistica - Aplicatii si teste grila
Ed. Fundatia Romania de Maine, Bucuresti, 2003
- Angela Popescu Statistica pentru marketing si comert exterior
Ed. Fundatia Romania de Maine, Bucuresti, 2004